Correctievoorschrift VWO
2023

voorbeeldexamen

wiskunde D

Beoordelingsmodel

vraag	antwoord	scores

Kratten

1 maximumscore 3

- $133 = \mu - \sigma$ en $139 = \mu + 2\sigma$ — 1
- Volgens de vuistegels is daartussen 81,5% van de kratten — 1
- Dus het zijn $0{,}815 \times 200 = 163$ kratten — 1

2 maximumscore 3

- De gemiddelde hoogte van de stapel is $4 \times 135 + 230 = 770$ mm — 1
- De standaardafwijking van de hoogte van de stapel is $\sqrt{4 \times 2^2 + 3^2} = 5$ mm — 1
- Dus de kans is $\text{normalcdf}(772; 10^{99}; 770; 5) = 0{,}3446$ — 1

Opmerking: als het getal 772,5 wordt gebruikt hiervoor geen punten in mindering brengen.

3 maximumscore 4

- $H_0 : \mu = 230$ en $H_1 : \mu < 230$ — 1
- De standaardafwijking van het gemiddelde $\frac{3}{\sqrt{100}} = 0{,}3$ mm — 1
- $\text{normalcdf}(-10^{99}; 229{,}4; 230; 0{,}3) = 0{,}0227$ — 1
- $0{,}0227 < 0{,}05$; de kratten zijn significant vaak minder dan 230 mm hoog — 1

vraag	antwoord	scores

Vlakken

4 maximumscore 3

- $\vec{n}_V = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ en $\vec{n}_W = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}$ 1
- $\cos(\alpha) = \dfrac{\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix}}{\sqrt{26} \cdot \sqrt{26}} = -\frac{11}{26}$ 1
- Dit geeft $\alpha \approx 115^o$ dus $\angle(V, W) \approx (180^o - 115^0 =)\ 65^o$ 1

5 maximumscore 3

- Voor deze punten (x, y, z) geldt $\dfrac{|4x - y + 3z - 5|}{\sqrt{26}} = \dfrac{|x - 5z - 10|}{\sqrt{26}}$ 1
- Hieruit volgt $4x - y + 3z - 5 = \pm(x - 5z + 10)$ 1
- De bissectricevlakken zijn $3x - y + 8z = -5$ en $5x - y - 2z = 15$ 1

vraag	antwoord	scores

Viervlakdobbelsteen

6 maximumscore 3

- $\binom{8}{2}\cdot\binom{6}{2}\cdot\binom{4}{2}$ 2
- het antwoord 2520 1

7 maximumscore 4

- Bert moet in de eerste 4 worpen 1 keer 4 gooien en de vijfde worp ook 1
- Beschrijven hoe de kans op 1 keer 4 gooien in de eerste 4 worpen kan worden berekend. 1
- Deze kans is $0{,}421875$ 1
- Het antwoord $0{,}421875\cdot 0{,}25 \approx 0{,}105$ 1

8 maximumscore 5

- X = het aantal keer “4 ogen” is binomiaal verdeeld met onbekende n en kans 0,25 1
- Er moet gelden $P\left(X \geq 1\right)=1-P\left(X \leq 0\right) \geq 0{,}95$ 1
- Beschrijven hoe dit probleem met de GR kan worden opgelost 1
- bij n = 10 is $P\left(X \geq 1\right)=0{,}9436$ en bij n = 11 is $P\left(X \geq 1\right)=0{,}9577$ 1
- Amira moet 11 keer gooien 1

vraag	antwoord	scores

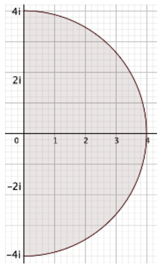
Twee cirkels

9 maximumscore 6

- $\angle AQB = 180^o - \alpha - \beta$; hoekensom driehoek 1
- $\angle PMQ = 2 \cdot \angle PAQ = 2\alpha$ en $\angle PNQ = 2 \cdot \angle PBQ = 2\beta$; omtrekshoek / middelpuntshoek 2
- $MP = MQ$ (straal), $NP = NQ$ (straal) en $MN = MN \Rightarrow \Delta MPN \cong \Delta MQN$; ZZZ 1
- Hieruit volgt $(\angle NMP =) \angle NMQ = (\frac{1}{2} \cdot 2\alpha =)\ \alpha$ en $(\angle MNP =) \angle MNQ = (\frac{1}{2} \cdot 2\beta =)\ \beta$ 1
- $\angle MQN = 180^o - \alpha - \beta$; hoekensom driehoek (dus $\angle AQB = \angle MPN$ q.e.d.) 1

Complexe functie

10 maximumscore 3

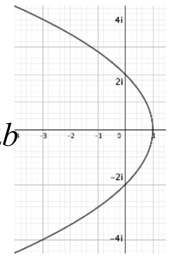


- $\left|z^2\right| = |z|^2 = 2^2 = 4$ 1
- $Arg(z^2) = 2 \cdot Arg(z)$ dus $-\frac{1}{2}\pi \leq Arg(z) \leq \frac{1}{2}\pi$ 1
- Het beeld is het deel van de cirkelschijf met straal 4 rechts van de imaginaire as. 1

11 maximumscore 3

- $b = 0$ geeft $f(1) = 1$ 1
- $b = 1$ geeft $f(1+\mathrm{i}) = 2\mathrm{i}$ en $b = -1$ geeft $f(1-\mathrm{i}) = -2\mathrm{i}$ 1
- $b = 2$ geeft $f(1+2\mathrm{i}) = -3+4\mathrm{i}$ en $b = -2$ geeft $f(1-2\mathrm{i}) = -3-4\mathrm{i}$ 1

of



- $f(1+b\mathrm{i}) = (1+b\mathrm{i})^2 = 1+2b\mathrm{i}-b^2 = 1-b^2+2b\mathrm{i}$ 1
- Dat zijn complexe getallen *z* met $\mathrm{Re}(z) = 1-b^2$ en $\mathrm{Im}(z) = 2b$
  1
- Dus $\mathrm{Re}(z) = 1 - \frac{1}{4}\mathrm{Im}(z)^2$ en dat is een parabool. 1

12 maximumscore 4

- $f(a+4\mathrm{i}) = (a+4\mathrm{i})^2 = a^2 + 8a\mathrm{i} - 16 = a^2 - 16 + 8a\mathrm{i}$ 1
- $\mathrm{Re}(a^2 - 16 + 8a\mathrm{i}) = 0 \Rightarrow a^2 - 16 = 0$ 1
- Dit geeft $a^2 = 16$ dus $a = 4 \vee a = -4$ 1
- Dus $z = 4+4\mathrm{i}$ en $z = 4-4\mathrm{i}$ worden op de imaginaire as afgebeeld. 1

of

- z^2 ligt op de imaginaire as dus $Arg(z^2) = \frac{1}{2}\pi$ 1
- Dus $Arg(z) = \frac{1}{4}\pi \vee Arg(z) = \frac{5}{4}\pi$ 1
- Dus het reële deel en het imaginaire deel van *z* zijn gelijk 1
- Dus $z = 4+4\mathrm{i}$ en $z = 4-4\mathrm{i}$ worden op de imaginaire as afgebeeld. 1

vraag	antwoord	scores

Complexe functie

13 maximumscore 4

- $(z-\mathrm{i})^2 = -4 = 4\mathrm{e}^{\pi\mathrm{i}+2\mathrm{k}\pi\mathrm{i}}$ 1
- $z-\mathrm{i} = 2\mathrm{e}^{\frac{1}{2}\pi\mathrm{i}+k\pi\mathrm{i}}$ 1
- $z-\mathrm{i} = 2\mathrm{e}^{\frac{1}{2}\pi\mathrm{i}} = 2\mathrm{i} \Rightarrow z = 3\mathrm{i}$ 1
- $z-\mathrm{i} = 2\mathrm{e}^{\frac{3}{2}\pi\mathrm{i}} = -2\mathrm{i} \Rightarrow z = -\mathrm{i}$ 1

of

- $(z-\mathrm{i})^2 = -4 \Rightarrow z^2 - 2\mathrm{i}z - 1 = -4 \Rightarrow z^2 - 2\mathrm{i}z + 3 = 0$ 1
- $D = (-2\mathrm{i})^2 - 4\cdot 1\cdot 3 = -16$ 1
- $z = \dfrac{2\mathrm{i} \pm \sqrt{-16}}{2\cdot 1} = \dfrac{2\mathrm{i} \pm \sqrt{16\mathrm{i}^2}}{2\cdot 1} = \dfrac{2\mathrm{i} \pm 4\mathrm{i}}{2\cdot 1}$ 1
- $z = -\mathrm{i} \vee z = 3\mathrm{i}$ 1

vraag	antwoord	scores

Bevolking van Nederland

14 maximumscore 4

- de groeifactor per jaar bedraagt $\left(\frac{13}{5}\right)^{\frac{1}{70}} \approx 1{,}0137$ 1
- de recursieve formule is $N(t) = 1{,}0137 \cdot N(t-1)$ met $N(0) = 5$ 1
- beschrijven hoe met de GR kan worden opgelost wanneer $N(t) = 10$ 1
- het antwoord 1951 1

15 maximumscore 2

- $N\left(1\right) = N\left(0\right) + a \cdot N\left(0\right)\left(20 - N\left(0\right)\right)$ geeft $16{,}01 = 15{,}93 + a \cdot 15{,}93 \cdot \left(20 - 15{,}93\right)$ 1
- herleiden tot a = 0,001234 1

16 maximumscore 3

- beschrijven hoe met de GR kan worden opgelost wanneer $N(t) = 19$ 1
- bij t = 63 is $N(t) = 18{,}99$ en bij t = 64 is $N(t) = 19{,}014$ 1
- het antwoord 2064 1

17 maximumscore 5

- $\left(\frac{0{,}05}{N} + \frac{0{,}05}{20 - N}\right) dN = c \cdot dt$ geeft $0{,}05 \cdot \ln(N) - 0{,}05 \cdot \ln(20 - N) = ct + d$ 1
- herleiden tot $\ln\left(\frac{N}{20 - N}\right) = 20ct + 20d$ 1
- herleiden tot $\frac{N}{20 - N} = e^{20ct + 20d}$ 1
- kruiselings vermenigvuldigen geeft $N = (20 - N) \cdot e^{20ct + 20d}$ 1
- herleiden tot $N = \frac{20}{1 + e^{-20ct - 20d}}$ 1

vraag	antwoord	scores

Bevolking van Nederland

18 maximumscore 3

- $15{,}93 = \dfrac{20}{1+e^{-20d}}$ geeft tot $d \approx 0{,}06823$ 1
- $16{,}01 = \dfrac{20}{1+e^{-20c-20\cdot 0{,}06823}}$ geeft $c \approx 0{,}00124$ 1
- $N = \dfrac{20}{1+e^{-20\cdot 0{,}00124t-20\cdot 0{,}06823}}$ geeft $N = \dfrac{20}{1+0{,}2555\cdot e^{-0{,}0248t}}$ 1

vraag	antwoord	scores

Parabool en raaklijn

19 maximumscore 4

- $(y+a)^2 = 6x + 5a + a^2$ 1
- $(y+a)^2 = 6\left(x + \frac{5a+a^2}{6}\right)$ dus de top is het punt $\left(-\frac{5a+a^2}{6}, -a\right)$ 1
- $\frac{5a+a^2}{6} \cdot 6 = -a$ 1
- $5a + a^2 = a$ geeft $a(4+a) = 0$ geeft $a = 0$ of $a = -4$ 1

of

- $x = \frac{1}{6}y^2 + \frac{1}{3}ay - \frac{5}{6}a$ geeft $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{3}y + \frac{1}{3}a$ 1
- $\frac{1}{3}y + \frac{1}{3}a = 0$ geeft top $\left(-\frac{5a+a^2}{6}, -a\right)$ 1
- $\frac{5a+a^2}{6} \cdot 6 = -a$ 1
- $5a + a^2 = a$ geeft $a(4+a) = 0$ geeft $a = 0$ of $a = -4$ 1

20 maximumscore 5

- Er geldt: $\angle PQR = \angle FQR$; raaklijneigenschap parabool 1
- $d(Q,k) = PQ = FQ$ want Q ligt op de parabool 1
- $RQ = RQ$ dus de driehoeken PQR en FQR zijn congruent; ZHZ 1
- $\angle RPQ = 90°$ dus $\angle RFQ = 90°$ 1
- $\angle RPQ + \angle RFQ = 180°$ dus $PQFR$ is een koordenvierhoek 1